第 34 卷 第 1 期 金陵科技学院学报 Vol. 34, No. 1
2018 年 3 月 JOURNAL OF JINLING INSTITUTE OF TECHNOLOGY Mar., 2018

DOI:10.16515/j.cnki.32-1722/n.2018.01.0006

三方运输联盟成本分配的稳定性研究

马小勇

（金陵科技学院商学院，江苏 南京 211169）

摘 要：基于合作博弈理论，应用核的概念分析了三方运输联盟是否存在稳定的成本分配方案，然后应用 Shapley 值法与核仁法对其进行成本节约分配。研究结果表明：Shapley 值分配法能体现出参与各方的贡献，但是当核非空时其不能保证分配结果处于核之中，因而不能保证联盟的稳定性；而基于核仁分配法则使各参与方分配结果趋于平均化，而且一定处于核之中，因此更能保证联盟稳定运行。

关键词：运输联盟；成本分配；Shapley 值；核仁；稳定性

中图分类号：UP492；F5　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1672－755X(2018)01－0024－05

Study on the Stability of Cost Allocation of Tripartite Transportation Alliance

MA Xiao-yong

(Jinling Institute of Technology, Nanjing 211169, China)

Abstract: Based on the concept of cooperative game theory, the nuclear concept is applied to analyze whether there is a stable cost allocation scheme in the tripartite transportation alliance. Then the Shapley value method and nucleolus method are used to distribute the cost saving. The results showed that the Shapley value allocation method can reflect the contribution of the parties involved, but when the nuclear is not empty, it can not guarantee the distribution result in the nucleus, so it can not guarantee the stability of the alliance. However, based on the kernel assignment rule, the distribution results of each participant tend to be average and must be in the nuclei, so it can ensure the stable operation of the alliance.

Key words: transport union; cost allocation; Shapley value; nucleolus; stability

目前，随着我国物流运输成本逐年上升，我国运输市场的竞争愈来愈激烈。因此，组建运输联盟成为运输企业生存发展的重要手段。组建运输联盟是供应链企业横向协作的重要形式之一，通过合作运输供应链企业可以实现资源共享、成本节约。而运输联盟稳定高效运行的关键环节是如何对节约的成本进行分配，合理的成本分配方案是运输联盟稳定运行的必要条件。

李书波研究了运输合作联盟最小运费合理分摊的一种简便方法[1]。张建高等构建了运输合作博弈模型，并应用核仁法求得合作博弈的成本分摊值[2]。另有学者应用合作博弈的方法研究了考虑回程载货的运输联盟模型。Frisk 等构建了木材联合运输合作博弈模型，提出了 EPM(Eqaul Profit Method)成本分配方法[3]。Lozano 等研究有多种交通工具的运输联盟成本分配问题，综合应用 Shapley 值、最小核心法以及 τ-value 法做了比较分析[4]。

上述文献从不同视角研究了各种运输模型的费用优化问题，并应用多种方法进行成本分配。但是，它

收稿日期：2017－12－05
基金项目：国家自然科学基金项目(71772036)；金陵科技学院高层次人才引进项目(jit-rcyj-201710)
作者简介：马小勇(1979—)，男，江苏连云港人，讲师，博士，主要从事供应链管理与成本分配研究。

们对于成本分配稳定性的研究则略显不足，近年来已有部分学者关注到成本分配稳定性的研究。曾银莲利用合作博弈中最大一致集(LCS)的概念研究了各种运输联盟结构的稳定性[5]。周永务采用合作博弈论中短视的 Nash 稳定性概念与动态的最大一致集(LCS)概念研究了供应商与不同零售商联盟间的博弈结构，分别讨论了不同类型零售商联盟的稳定性[6]。郑士源以运输合作博弈模型为基础，研究了运输合作博弈核心解的定义和寻找核心解的通用算法[7]。鉴于此，本文首先分析了运输联盟合作博弈联盟解的稳定性，然后应用 Shapley 值法与核仁法对三方运输联盟进行成本节约分配，并做比较分析，以期得到一些有益的结论。

1　运输合作联盟

令 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 为承运人集合，N 的一个子集 $S\subseteq N$ 称为一个联盟，所有承运人均参加的联盟称为总联盟。共有 K 个产地 $A_k(k=1,2,\cdots,k)$ 供应某种物资，其中承运人 i 所承担的各产地的供应量为 a_k^i。此外，该种物资有 J 个销地 $B_j(j=1,2,\cdots,J)$，其中承运人 i 所承运的各销地需求量为 b_j^i。因此，联盟 S 所承担的各产地供应量为 $a_k^s=\sum_{i\in S}a_k^i$，所承运的各销地需求量为 $b_j^s=\sum_{i\in S}b_j^i$。从产地 A_k 到销地 B_j 的运输费率为 c_{kj}。因此，联盟的任务是在保证销地需求和产量约束的前提下寻求联盟总运费的最小化，即

$$C(S)=\min_{x_{kj}^S}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J}c_{kj}x_{kj}^S \tag{1a}$$

s. t.

$$\sum_{k=1}^{K}x_{kj}^S\geqslant b_j^S \tag{1b}$$

$$\sum_{k=1}^{K}x_{kj}^S\leqslant a_k^S \tag{1c}$$

$$x_{kj}^S\geqslant 0,(k=1,2,\cdots,K),(j=1,2,\cdots,J) \tag{1d}$$

式中，$C(S)$ 为联盟 S 的最小运费额；x_{kj}^S 为联盟 S 所承担的从产地 A_k 到销地 B_j 的运量。由文献[2]可知上述运输合作博弈的特征函数 $C(S)$ 满足次可加性，即对于 $\forall S,T\subset N,S\cap T=\varnothing$，有 $C(S\cup T)\leqslant C(S)+C(T)$，且 $C(\varphi)=0$。但是，此运输合作博弈未必是凹博弈[7]。

2　合作博弈成本分摊方法及其稳定性

在合作博弈中，比较重要的成果有核(Core)、Nash 协商、Shapley 值和核仁(Nucleolus)等方法。本文拟利用核、Shapley 值法与核仁法来研究合作运输成本节约分配机制。

2.1　核法模型

N 人合作博弈(N,v)的核 $c(v)$ 可以被定义为：如果 n 维向量 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，满足 $x_i\geqslant v(i)(i=1,2\cdots,n)$ 个体理性，$\sum_1^n x_i=v(N)$ 集体理性，对于 $\forall S\subseteq N$，$\sum_{i\in S}x_i\geqslant v(S)$ 联盟理性；则所有满足上述条件的分配 x 构成联盟 N 的核 $c(v)$。

核具有非常重要的性质，如果核非空，核中的分配可以保证联盟的稳定性。但是对于部分合作博弈核可能是空集，这样便无法通过核来确定大联盟的分配。同时，即使核非空，其提供的也是分配的集合，因此必须通过其他方法来求具体的分配值。

2.2　Shapley 值法模型

Shapley 值是合作博弈理论一个非常重要的解，Shapley 值法是由 L. S. Shapley 在 1953 年提出的用于解决 n 人合作对策问题的一种数学算法。其定义如下：

在合作 N 下，由 Shapley 值法所确定的成本分配公式如下：

$$x_i=\sum_{s\in s(i)}w(|s|)[v(s)-v(s\backslash i)]$$

$$w(|s|)=\frac{(n-|s|)!(|s|-1)!}{n!}$$

式中，$s(i)$ 是集合 I 中包括成员 i 的所有子集，$|s|$ 是子集 s 中的元素个数，$w(|s|)$ 是加权因子；$v(s)$ 为子集 s 的收益，$v(s)-v(s\backslash i)$ 表示的是企业 i 的边际收益；$\frac{(n-|s|)!(|s|-1)!}{n!}$ 为加权因子。

Shapley 值是合作博弈中一个非常重要的解，其按成员在联盟中边际贡献的大小来进行分配，体现了分配的功利性原则。但是其缺点是当核非空时，其不能保证处于核之中，这样也就不能保证联盟的稳定性。

2.3 核仁法模型

核仁法是合作博弈论中一种解决利润分配的有效方法，多人合作博弈的任一联盟，如果在对其最不利的分配方案中，仍获得了利益最大的结果，那么这个分配结果就是核仁(Nucleolus)。核仁法体现的是平均主义的思想，而且当核非空时，其一定处于核之中，能保证联盟的稳定性。

假定 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 为合作博弈的一个分配，则任意联盟 S 对 X 的满意性可表示为 $e_S(X)=v(S)-\sum^{i\in S}x_i$。$e_S(X)$ 越大，S 对 X 越不满意，因为 S 中所有参与人的分配之和远没有达到其所创造的合作剩余 $v(S)$；反之，$e_S(X)$ 越小，S 对 X 越满意。

定义一个任意的实数 ε，满足条件 $e_S(X)\leqslant\varepsilon$，核仁就是在 n 个博弈者可能组成的 2^N-1 种组合中，出现最大的 ε 时，最小化 $e_S(X)$ 所得到的解矢量 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，即

$$\min_{x\in X}\max_{S\subset N}e_S(X)$$

此问题可以转化为一个线性规划问题：

$$\min\varepsilon$$

$$\text{s.t. } e_S(X)\leqslant\varepsilon,\quad S\subset N,\quad x\in X$$

按照这个定义，在核中优先考虑最不满意的组合，选择的分配要使这种组合的不满意程度达到最小；在此基础上，再考虑次不满意的组合，所选分配要使其不满意程度尽可能小，如此即可求得核仁。

3 案例分析

某地区有三家运输企业1、2、3，承担一种物资的运输。此物资在该地区有7个产地 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5、A_6、A_7，6个销地 B_1、B_2、B_3、B_4、B_5、B_6。各运输企业的运输任务见表1，运价见表2。

表1 各承运人的运输任务

承运人1任务		承运人2任务		承运人3任务	
A_1	60	A_2	60	A_3	50
A_2	40	A_4	40	A_5	60
A_3	50	A_6	80	A_6	20
A_4	50	B_2	80	A_7	80
B_1	100	B_3	30	B_4	110
B_3	70	B_4	40	B_5	60
B_4	30	B_6	30	B_6	40

表2 运价表

产地	不同销地时的运价					
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	18	20	21	19	23	25
A_2	20	30	25	32	17	22
A_3	22	27	26	30	32	28
A_4	17	19	24	32	35	20
A_5	26	28	18	20	22	24
A_6	32	30	25	30	18	20
A_7	40	30	25	24	28	22

根据表1、表2，运用表上作业法，可求得各联盟情况下的运输费用：

$$c(1)=4\ 110,\quad c(2)=4\ 510,\quad c(3)=4\ 980$$

$$c(12)=8\ 060,\quad c(13)=8\ 390,\quad c(23)=8\ 430,\quad c(123)=12\ 280$$

根据公式 $v(s)=\sum_{i\in s}c(\{i\})-c(s)$，可将运输费用博弈转化收益(成本节约)合作博弈问题，即：

$$v(\phi)=0,\quad v(1)=v(2)=v(3)=0$$

$$\nu(12)=560,\quad \nu(13)=700,\quad \nu(23)=1\ 060,\quad \nu(123)=1\ 320$$

容易验证，此成本节约博弈为超可加博弈，即 $v(S\cup T)\geqslant v(S)+v(T)$，其中 $S\cap T=\varnothing$；其次此合作博弈为本质博弈，即 $v(123)>v(1)+v(2)+v(3)$。

以下将分析其核、shapley 值与核仁模型。

推论 1　三方承运人联盟核非空的充要条件是：

$$2v(123)\geqslant v(12)+v(13)+v(23)$$

证明：对于 $N=\{1,2,3\}$，其存在唯一的最小平衡集合 $B=\{12,13,23\}$，以 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 为权重系数，也即满足：

$$\frac{1}{2}\times(1,1,0)+\frac{1}{2}\times(1,0,1)+\frac{1}{2}\times(0,1,1)=(1,1,1)$$

根据 B-S 定理(Bondareva-Shapley Theorem)，合作博弈 (N,v) 的核非空的充要条件是该博弈是平衡的，因此必有 $v(123)\geqslant\frac{1}{2}v(12)+\frac{1}{2}v(13)+\frac{1}{2}v(23)$，从而得证。

推论 2　应用 Shapley 值法的公式，三方承运人的 Shapley 值可以表示为：

$$x_1=\frac{2v(123)+v(12)+v(13)-2v(23)}{6}$$

$$x_2=\frac{2v(123)+v(12)+v(23)-2v(13)}{6}$$

$$x_3=\frac{2v(123)+v(13)+v(23)-2v(12)}{6}$$

证明：根据 Shapley 值的计算公式可得

$$\begin{aligned}x_1&=\frac{0!2!}{6}v(1)+\frac{1!1!}{6}v(12)+\frac{1!1!}{6}v(23)+\frac{2!0!}{6}[v(123)-v(23)]\\&=\frac{2v(123)+v(12)+v(13)-2v(23)}{6}\end{aligned}$$

同理可求得 x_2、x_3。

推论 3　当核为空集时，即 $2v(123)<v(12)+v(13)+v(23)$，核仁解为：

$$x_1=\frac{v(123)+v(12)+v(13)-2v(23)}{3}$$

$$x_2=\frac{v(123)+v(12)+v(23)-2v(13)}{3}$$

$$x_3=\frac{v(123)+v(13)+v(23)-2v(12)}{3}$$

证明：由 $e_S(X)=v(S)-\sum_{i\in S}x_i$，可得

$$e_1(X)=-x_1,\quad e_2(X)=-x_2,\quad e_3(X)=-x_3$$

$$e_{12}(X)=v(12)-(x_1+x_2),\quad e_{13}(X)=v(13)-(x_1+x_3),\quad e_{23}(X)=v(23)-(x_2+x_3)$$

因为 $2v(123)<v(12)+v(13)+v(23)$，且 $x_1+x_2+x_3=v(123)$，可知

$$e_{12}(X)+e_{13}(x)+e_{23}(x)>0$$

因此其中必有一个值大于 0，不妨假设 $e_{12}(X)$ 是其中最大的值，核仁解要求最小化最大值，因此可以提高 x_1、x_2 的赋值以降低 $e_{12}(X)$，但是同时必然会降低 x_3 的赋值，而增加 $e_{13}(X)$、$e_{23}(X)$ 的值。同样的分

析方法对 $e_{13}(X)$，$e_{23}(X)$。只有当 $e_{12}(X)$，$e_{13}(X)$ 与 $e_{23}(X)$ 相等时，即得到核仁解，也即 $e_{12}(X)=e_{13}(X)=e_{23}(X)$，从而得证。

而当核非空时，应用上述核仁模型的线性规划解法即可求得三方承运人联盟的核仁解。

本例中，因为 $2\times 1\,320>560+700+1\,320$，所以上述三家运输企业成本节约合作博弈的核非空。应用 Shapley 值法与核仁法，可得分配结果如表3所示。

表3　运输联盟的 Shapley 值与核仁分配法

运输联盟	运输联盟费用/元	基于 Shapley 值分配方案			基于核仁分配方案		
		成本节约/元	费用/元	相对收益/%	成本节约/元	费用/元	相对收益/%
{1}	4 110	297	3 813	7.2	154	3 956	3.7
{2}	4 510	477	4 033	10.6	513	3 997	11.4
{3}	4 980	546	4 434	11	653	4 327	13.1
{1,2}	8 060	214	7 846	2.7	107	7 953	1.3
{1,3}	8 390	143	8 247	1.7	107	8 283	1.27
{2,3}	8 430	−37	8 467	−0.4	106	8 324	1.25

实例数据的计算结果表明：

1）大联盟 $N=\{1,2,3\}$ 组建后产生巨大的协同收益 $v(N)$，而且 $v(N)$ 大于任意子联盟的收益。这说明，随着联盟成员的增加，新联盟的收益会增大。

2）本例三家运输企业成本节约合作博弈的核非空，这表明存在合理的分配可以保证大联盟的稳定性。

3）基于 Shapley 值法的分配方案充分体现出各参与方贡献，但由于其分配结果不在核之中，却会导致运输联盟{2,3}脱离大联盟。因此基于 Shapley 值的分配结果将导致联盟的稳定性会受到影响。

4）基于核仁法的分配方法最大化最不满意联盟的收益分摊额，使得各联盟收益分摊额具有平均化的趋势，保证每个联盟的收益都得到了改善，更能保持联盟的稳定性。

4　结　语

本文以运输合作联盟为研究对象，讨论了三方运输合作联盟核的存在性，然后利用 shapley 值与核仁法对三方运输合作联盟进行成本节约分配，并对其分配结果做了比较分析，得到了一些有益的结论。在未来的研究中，可以从以下两个方面进行：1）考虑承运人增加的情况下，联盟成本节约分配的稳定性问题；2）可以从动态的角度，来考虑联盟成本节约分配稳定性的结果，这将更具有实际意义。

参考文献：

[1] 李书波. 联合运输最小总运费合理分摊的一种简便方法[J]. 系统工程学报，1997(12)：95－98

[2] 张建高，郑乃伟. 合作博弈与运输优化[J]. 四川大学学报(工程科学版)，2002(7)：51－55

[3] Frisk M，Gohe-Lundgren M，Jonsten K，et al. Cost allocation in collaborative forest transportation[J]. European Journal of Operational Research，2010(2)：448－458

[4] Lozano S，Moreno P，Adenso-Diaz B，et al. Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation[J]. European Journal of Operational Research，2013(2)：444－452

[5] 曾银莲，李军. 基于最大一致集的合作运输联盟稳定性分析[J]. 系统科学与数学，2015(10)：1219－1232

[6] 周永务，肖旦，汤勤深，等. 分销供应链中竞争零售商联盟的稳定性[J]. 运筹与管理，2013(8)：50－59

[7] 郑士源. 基于核心解的运输联盟的成本分摊[J]. 系统工程，2013(8)：47－53

（责任编辑：谭彩霞）